**Министерство науки и высшего образования**

Балтийский государственный технический университет

«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

**Кафедра динамики и управления полётом летательных аппаратов**



Дисциплина: Основы теории полёта летательных аппаратов

Лабораторная работа №1

«Расчёт траектории неуправляемых реактивных ла малой дальности»

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Выполнил студент | | Топольницкий А.А. | | |  |
|  | | | | |  |
| Группа |  | | А183 | |  |
|  | | | | |  |
| Преподаватели | | Лемешонок Т.Ю. | | |  |
|  | |  | | |  |
|  | | Подпись преподавателя | | Дата |  |
| Защита | |  | |  |  |

Санкт-Петербург

2021 г.

**Цель работы** – провести расчёт траектории движения неуправляемого реактивного ЛА малой дальности.

**Дано:**

Вариант 3, калибр d=150 мм, полная масса ЛА m0=60 кг, масса топлива mt=13 кг, время горения топлива ta=0.7, длина направляющих Lh=4 м, угол подъёма направляющих θd=45◦, эффективная скорость истечения ue=2500 м/с, коэффициент формы i=1,15, коэффициент трения скольжения для стали fтр=0,15.

**Теория и формулы:**

Расчёт траектории движения неуправляемого реактивного ЛА малой дальности состоит из следующих этапов:

* расчёт движения по направляющим;
* расчёт траектории ЛА на активном участке;
* расчёт траектории Ла на пассивном участке.

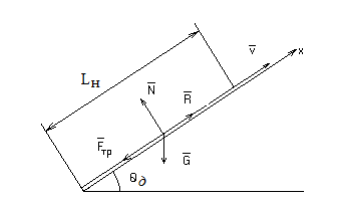
*При расчёте движения по направляющим принимается* во внимание действие на ЛА следующих сил: R – тяга, G – вес ЛА, F – реакция направляющих, которая состоит из силы трения Fтр и нормальной составляющей N. Необходимо найти скорость и время схода с направляющих Vd и td. Аэродинамическими силами из-за малой скорости пренебрегаем. ЛА принимается за точку. Направляющие абсолютно жёсткие, неподвижные, недеформированные.

Рисунок . Схема сил, действующих на ЛА при движении по направляющим

Если пренебречь изменением массы при движении ЛА по направляющим, то получатся следующие уравнения:

Сила тяги измеряется по формуле , Q=mt/ta.

*При расчёте активного участка делаются следующие допущения:* поле сил тяжести принимается постоянным и параллельным, g=const=9,81 м/с^2. Тяга принимается постоянной и независящей от высоты полёта. Угол атаки 0, подъёмная сила 0. В качестве характерной площади ЛА выбирается площадь миделя – максимальная площадь сечения ЛА: . Сила лобового сопротивления рассчитывается по следующей зависимости , причём коэффициент силы лобового сопротивления зависит только от числа М, Cx=Cx(M), т.к. угол атаки 0. Зависимость плотности воздуха от высоты полёта рассчитывается по следующей приближённой зависимости Начальными условиями интегрирования системы уравнений для данного участка, которая будет приведена ниже, являются конечные значения расчёта схода ЛА с направляющей. Расчёт траектории заключается в решении задачи Коши – интегрирования уравнений при начальных условиях.

При расчёте пассивного участка полагается R=0. Исходными данными для расчёта пассивного участка траектории являются данные о параметрах траектории в конце активного участка. Интегрирование производится до момента времени, соответствующего у=0.

Для неуправляемого ЛА для удобства счёта полагают cx=i\*cxэт, где последний множитель – коэффициент лобового сопротивления некоторого эталонного ЛА. Коэффициент i учитывает несоответствие между рассматриваемым ЛА и эталонным.

Метод Эйлера: решаются уравнения вида . Если h – шаг для аргумента x, то значение . Для функции y будет: .

Метод Рунге-Кутта 4-го порядка: решаются аналогичные уравнения, если h – шаг для аргумента x, то значение . Для функции у будет:

**Результаты:**

Таблица . Дальность полёта, посчитанная двумя методами при разных шагах интегрирования

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Дальность, м | Шаг по времени h, с | | | |
| 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 |
| Метод Эйлера | 14040 | 11289,4 | 11424,7 | 11412,1 |
| Метод Рунге-Кутта | 14797,6 | 11326,1 | 11427,2 | 11412,4 |

На основании полученных данных, можно сделать вывод, что для решения данной задачи при шаге h=0.001 оба метода хорошо подходят, однако поскольку для реализации метода Рунге-Кутта 4-го порядка нужно намного больше вычислений, то для данной задачи лучше выбрать метод Эйлера с шагом 0.001 и выводить данные по скорости, углу, высоте и расстоянию с использованием данного метода.

Таблица . Первые 10 шагов по методу Эйлера с шагом h=0.001

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметр | V, м/с | θ, град | y, м | x, м | t, c |
| Номер шага |
| 1 | 78,273 | 45 | 2,8284 | 2,8284 | 0,1022 |
| 2 | 79,0648 | 44,9949 | 2,8838 | 2,8838 | 0,1032 |
| 3 | 79,8569 | 44,9899 | 2,9397 | 2,9397 | 0,1042 |
| 4 | 80,6492 | 44,9849 | 2,9961 | 2,9962 | 0,1052 |
| 5 | 81,4417 | 44,9800 | 3,0531 | 3,0532 | 0,1062 |
| 6 | 82,2346 | 44,9751 | 3,1107 | 3,1108 | 0,1072 |
| 7 | 83,0276 | 44,9703 | 3,1688 | 3,1690 | 0,1082 |
| 8 | 83,8209 | 44,9655 | 3,2275 | 3,2277 | 0,1092 |
| 9 | 84,6145 | 44,9607 | 3,2868 | 3,2870 | 0,1102 |
| 10 | 85,4083 | 44,9560 | 3.3465 | 3,33469 | 0,1112 |

Таблица .Последние 10 шагов по методу Эйлера с шагов h=0.001

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Параметр | V, м/с | θ, град | y, м | x,м | t, c |
| Номер шага |
| i-9 | 271,8342 | -58,7035 | 2,0536 | 11410,8 | 54,0282 |
| i-8 | 271,8370 | -58,7046 | 1,8214 | 11410,9 | 54,0292 |
| i-7 | 271,8399 | -58,7056 | 1,5891 | 11411,1 | 54,0302 |
| i-6 | 271,8427 | -58,7067 | 1,3568 | 14111,2 | 54,0312 |
| i-5 | 271,8456 | -58,7078 | 1,1245 | 11411,4 | 54,0322 |
| i-4 | 271,8484 | -58,7089 | 0,8922 | 11411,5 | 54,0332 |
| i-3 | 271,8512 | -58,7099 | 0,6599 | 11411,6 | 54,0342 |
| i-2 | 271,8541 | -58,7110 | 0,4276 | 11411,8 | 54,0352 |
| i-1 | 271,8569 | -58,7121 | 0,1953 | 11411,9 | 54,0362 |
| i | 271,8598 | -58,7132 | -0,0371 | 11412,1 | 54,0372 |

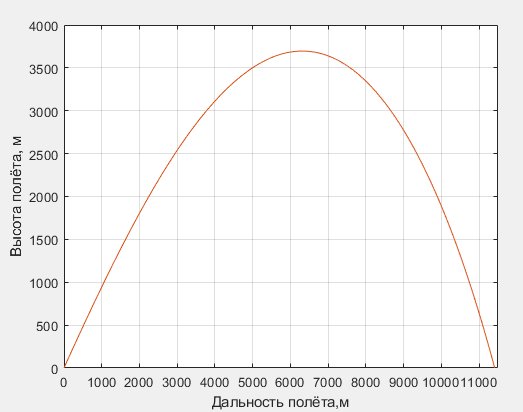
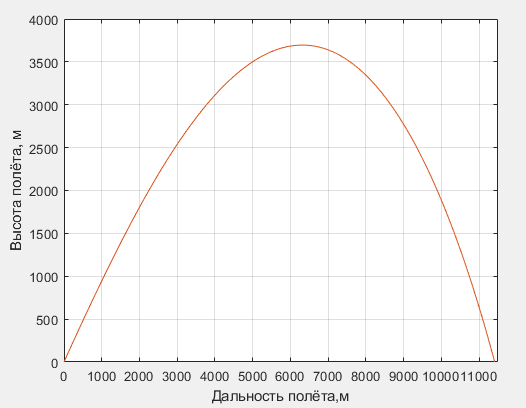
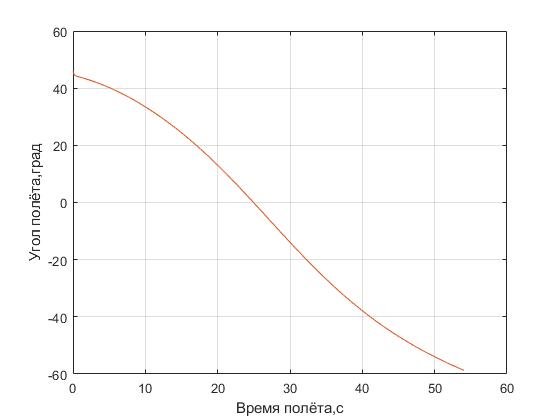
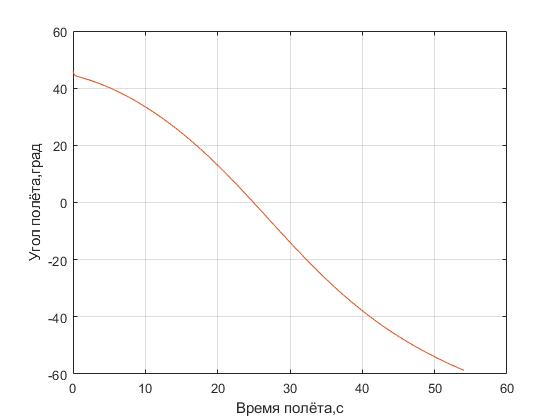
Рисунок . График траектории методом Эйлера

Рисунок . График траектории методом Рунге-Кутта

*Рисунок 4. График изменения угла методом Эйлера*

*Рисунок 5. График изменения угла методом Рунге-Кутта*

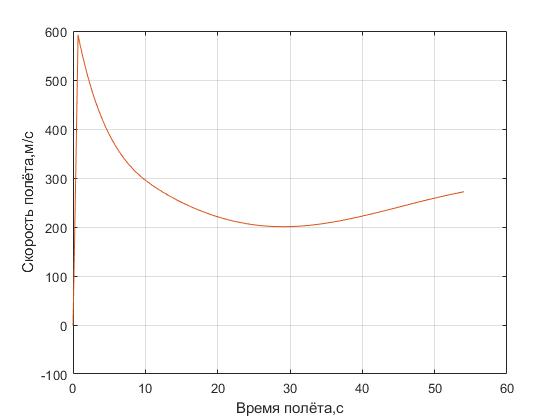


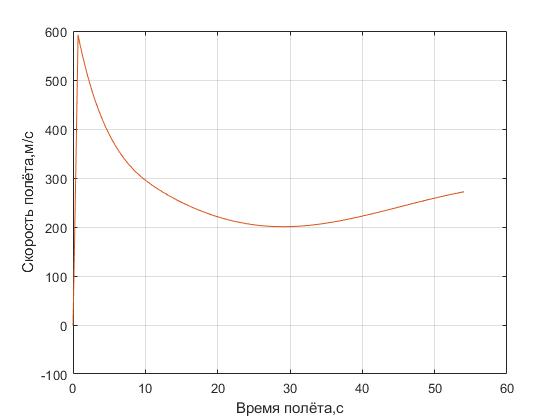
Рисунок . График изменения скорости методом Эйлера

Рисунок . График изменения скорости методом Рунге-Кутта

**Выводы:** в ходе выполнения лабораторной работы был проведён расчёт траектории движения неуправляемого реактивного ЛА малой дальности двумя методами: методом Эйлера и методом Рунге-Кутта. В результате моделирования при шаге h=0.001 значение дальности для двух методов практически полностью совпало (разница 30 см). Из-за того, что метод Эйлера воспроизвести проще и для него нужно меньше вычислений, то данный метод и был выбран как наиболее приемлемый для выполнения расчётов в данной лабораторной работе.

**Приложение:**

Код для расчёта по методу Эйлера:

clc

clear all

%Dano

d=0.150; m0=60; mtop=13;ta=0.7;Lh=4; tetad=pi/4; ue=2500; ro0=1.23;

ftr=0.15; g=9.81; ij=1.15;

%Движение по направляющим

Q=mtop/ta; %расход

R=Q\*ue; %тяга

td=sqrt(2\*Lh/((R/m0)-g\*(sin(tetad)+ftr\*cos(tetad)))); %время схода с напр.

Vd=(R/m0-g\*(sin(tetad)+ftr\*cos(tetad)))\*td; %скорость схода с напр.

%Расчёт активного участка траектории ЛА методом Эйлера

S=pi/4\*d^2; %характерная площадь

h=0:1:1000;

Vet=[100,150,200,250,260,270,280,290,300,310,320,330,340,350,360,370,380,390,400,410,420,430,440,450,500,550,600,650,700,750,800,850,900,950,1000];

cxet=[0.255,0.257,0.260,0.268,0.274,0.280,0.295,0.321,0.361,0.411,0.460,0.500,0.542,0.574,0.603,0.628,0.648,0.665,0.680,0.690,0.700,0.709,0.715,0.719,0.735,0.732,0.721,0.704,0.680,0.665,0.645,0.624,0.605,0.583,0.567];

Cx=cxet\*ij; % Сx с учётом несоответсвия эталонному ЛА

gr1=pchip(Vet,Cx,h);

%

figure(1)

plot(Vet,Cx,'x',h,gr1)

grid on

xlabel('Эталонная скорость V,м/с');

ylabel('Реальный Сх для Ла');

%

t(1)=td; %начальное время для активного участка

h1=0.001;

i=0;

V(1)=Vd; %начальная скорость для активного участка

teta(1)=tetad; %начальный угол для активного участка

y(1)=Lh\*sin(tetad); %начальная высота для активного участка

x(1)=Lh\*cos(tetad); %начальная координата х для активного участка

while t(end)<=ta

i=i+1;

%

dx(i)=h1\*(V(i)\*cos(teta(i)));

x(i+1)=x(i)+dx(i);

%

dy(i)=h1\*(V(i)\*sin(teta(i)));

y(i+1)=y(i)+dy(i);

%

Cx(i)=gr1(round(V(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V(i)^2;

%

dV(i)=h1\*(R/(m0-Q\*t(i))-g\*sin(teta(i))-X(i)/(m0-Q\*t(i)));

V(i+1)=V(i)+dV(i);

%

dteta(i)=(h1/V(i))\*(-g)\*cos(teta(i));

teta(i+1)=teta(i)+dteta(i);

%

t(i+1)=t(i)+h1;

end

%Расчёт пассивного участка траектории ЛА методом Эйлера

m=m0-mtop;

while y>0

i=i+1;

Cx(i)=gr1(round(V(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V(i)^2;

%

dx(i)=h1\*(V(i)\*cos(teta(i)));

x(i+1)=x(i)+dx(i);

%

dy(i)=h1\*V(i)\*sin(teta(i));

y(i+1)=y(i)+dy(i);

%

dV(i)=h1\*(-X(i)/m-m\*g\*sin(teta(i))/m);

V(i+1)=V(i)+dV(i);

%

dteta(i)=h1/V(i)\*(-g\*cos(teta(i)));

teta(i+1)=teta(i)+dteta(i);

%

t(i+1)=t(i)+h1;

end

figure(2)

h2=0:10:x(end);

gr2=pchip(x,y,h2);

plot(x,y,h2,gr2)

grid on

xlim([0,11500]);

xticks(0:1000:11500);

xlabel('Дальность полёта,м');

ylabel('Высота полёта, м');

%

figure(3)

tetagrad=rad2deg(teta);

h3=0:0.1:t(end);

gr3=spline(t,tetagrad,h3);

plot(t,tetagrad,h3,gr3)

grid on

xlabel('Время полёта,с');

ylabel('Угол полёта,град');

%

figure(4)

gr4=spline(t,V,h3);

plot(t,V,h3,gr4)

grid on

xlabel('Время полёта,с');

ylabel('Скорость полёта,м/с');

*Код для расчёта по методу Рунге-Кутта:*

clear all

%Dano

d=0.150; m0=60; mtop=13;ta=0.7;Lh=4; tetad=pi/4; ue=2500; ro0=1.23;

ftr=0.15; g=9.81; ij=1.15;

%Движение по направляющим

mpas=m0;

Q=mtop/ta; %расход

R=Q\*ue; %тяга

td=sqrt(2\*Lh/((R/m0)-g\*(sin(tetad)+ftr\*cos(tetad)))); %время схода с напр.

Vd=(R/m0-g\*(sin(tetad)+ftr\*cos(tetad)))\*td; %скорость схода с напр.

%Расчёт траектории на активном участке методом Рунге-Кутта 4-го порядка

t(1)=td;

V(1)=Vd;

teta(1)=tetad;

y(1)=Lh\*sin(tetad);

x(1)=Lh\*cos(tetad);

ro0=1.23;

i=0;

S=pi/4\*d^2;

h=0:1:1000;

Vet=[100,150,200,250,260,270,280,290,300,310,320,330,340,350,360,370,380,390,400,410,420,430,440,450,500,550,600,650,700,750,800,850,900,950,1000];

cxet=[0.255,0.257,0.260,0.268,0.274,0.280,0.295,0.321,0.361,0.411,0.460,0.500,0.542,0.574,0.603,0.628,0.648,0.665,0.680,0.690,0.700,0.709,0.715,0.719,0.735,0.732,0.721,0.704,0.680,0.665,0.645,0.624,0.605,0.583,0.567];

Cx=cxet\*ij; % Сx с учётом несоответсвия эталонному ЛА

gr1=pchip(Vet,Cx,h);

h2=0.001;

while t(end)<=ta

i=i+1;

dx1(i)=(V(i)\*cos(teta(i)));

x2(i)=x(i)+h2/2\*dx1(i);

%

dy1(i)=(V(i)\*sin(teta(i)));

y2(i)=y(i)+h2/2\*dy1(i);

%

dteta1(i)=(1/V(i))\*(-g)\*cos(teta(i));

teta2(i)=teta(i)+h2/2\*dteta1(i);

%

t2(i+1)=t(i)+h2/2;

%

Cx(i)=gr1(round(V(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V(i)^2;

%

dV1(i)=(R/(m0-Q\*t(i))-g\*sin(teta(i))-X(i)/(m0-Q\*t(i)));

V2(i)=V(i)+h2/2\*dV1(i);

%%%

dx2(i)=(V2(i)\*cos(teta2(i)));

x3(i)=x(i)+h2/2\*dx2(i);

%

dy2(i)=(V2(i)\*sin(teta2(i)));

y3(i)=y(i)+h2/2\*dy2(i);

%

dteta2(i)=(1/V2(i))\*(-g)\*cos(teta2(i));

teta3(i)=teta(i)+h2/2\*dteta2(i);

%

t3(i+1)=t(i)+h2/2;

%

Cx(i)=gr1(round(V2(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y2(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V2(i)^2;

%

dV2(i)=(R/(m0-Q\*t(i))-g\*sin(teta2(i))-X(i)/(m0-Q\*t(i)));

V3(i)=V(i)+h2/2\*dV2(i);

%%%

dx3(i)=(V3(i)\*cos(teta3(i)));

x4(i)=x(i)+h2\*dx3(i);

%

dy3(i)=(V3(i)\*sin(teta3(i)));

y4(i)=y(i)+h2\*dy3(i);

%

dteta3(i)=(1/V3(i))\*(-g)\*cos(teta3(i));

teta4(i)=teta(i)+h2\*dteta3(i);

%

t4(i+1)=t(i)+h2;

%

Cx(i)=gr1(round(V3(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y3(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V3(i)^2;

%

dV3(i)=(R/(m0-Q\*t(i))-g\*sin(teta3(i))-X(i)/(m0-Q\*t(i)));

V4(i)=V(i)+h2\*dV3(i);

%%%

%

Cx(i)=gr1(round(V4(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V4(i)^2;

%

dV4(i)=(R/(m0-Q\*t(i))-g\*sin(teta4(i))-X(i)/(m0-Q\*t(i)));

%

dteta4(i)=(1/V4(i))\*(-g)\*cos(teta4(i));

%

dx4(i)=(V4(i)\*cos(teta4(i)));

%

dy4(i)=(V4(i)\*sin(teta4(i)));

%

t4(i+1)=t(i)+h2;

%

DeltaV(i)=h2/6\*(dV1(i)+2\*dV2(i)+2\*dV3(i)+dV4(i));

V(i+1)=V(i)+DeltaV(i);

Deltateta(i)=h2/6\*(dteta1(i)+2\*dteta2(i)+2\*dteta3(i)+dteta4(i));

teta(i+1)=teta(i)+Deltateta(i);

Deltax(i)=h2/6\*(dx1(i)+2\*dx2(i)+2\*dx3(i)+dx4(i));

x(i+1)=x(i)+Deltax(i);

Deltay(i)=h2/6\*(dy1(i)+2\*dy2(i)+2\*dy3(i)+dy4(i));

y(i+1)=y(i)+Deltay(i);

t(i+1)=t(i)+h2;

end

%Расчёт траектории на пассивном участке методом Рунге-Кутта 4-го порядка

mpas=m0-mtop;

while y>0

i=i+1;

dx1(i)=(V(i)\*cos(teta(i)));

x2(i)=x(i)+h2/2\*dx1(i);

%

dy1(i)=(V(i)\*sin(teta(i)));

y2(i)=y(i)+h2/2\*dy1(i);

%

dteta1(i)=(1/V(i))\*(-g)\*cos(teta(i));

teta2(i)=teta(i)+h2/2\*dteta1(i);

%

t2(i+1)=t(i)+h2/2;

%

Cx(i)=gr1(round(V(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V(i)^2;

%

dV1(i)=(-g\*sin(teta(i))-X(i)/mpas);

V2(i)=V(i)+h2/2\*dV1(i);

%%%

dx2(i)=(V2(i)\*cos(teta2(i)));

x3(i)=x(i)+h2/2\*dx2(i);

%

dy2(i)=(V2(i)\*sin(teta2(i)));

y3(i)=y(i)+h2/2\*dy2(i);

%

dteta2(i)=(1/V2(i))\*(-g)\*cos(teta2(i));

teta3(i)=teta(i)+h2/2\*dteta2(i);

%

t3(i+1)=t(i)+h2/2;

%

Cx(i)=gr1(round(V2(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y2(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V2(i)^2;

%

dV2(i)=(-g\*sin(teta2(i))-X(i)/mpas);

V3(i)=V(i)+h2/2\*dV2(i);

%%%

dx3(i)=(V3(i)\*cos(teta3(i)));

x4(i)=x(i)+h2\*dx3(i);

%

dy3(i)=(V3(i)\*sin(teta3(i)));

y4(i)=y(i)+h2\*dy3(i);

%

dteta3(i)=(1/V3(i))\*(-g)\*cos(teta3(i));

teta4(i)=teta(i)+h2\*dteta3(i);

%

t4(i+1)=t(i)+h2;

%

Cx(i)=gr1(round(V3(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y3(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V3(i)^2;

%

dV3(i)=(-g\*sin(teta3(i))-X(i)/mpas);

V4(i)=V(i)+h2\*dV3(i);

%%%

Cx(i)=gr1(round(V4(i)));

ro(i)=ro0\*exp(-y(i)/9800);

X(i)=(1/2)\*Cx(i)\*ro(i)\*S\*V4(i)^2;

%

dV4(i)=(-g\*sin(teta4(i))-X(i)/mpas);

%

dteta4(i)=(1/V4(i))\*(-g)\*cos(teta4(i));

%

dx4(i)=(V4(i)\*cos(teta4(i)));

%

dy4(i)=(V4(i)\*sin(teta4(i)));

%

t4(i+1)=t(i)+h2;

%%%

DeltaV(i)=h2/6\*(dV1(i)+2\*dV2(i)+2\*dV3(i)+dV4(i));

V(i+1)=V(i)+DeltaV(i);

Deltateta(i)=h2/6\*(dteta1(i)+2\*dteta2(i)+2\*dteta3(i)+dteta4(i));

teta(i+1)=teta(i)+Deltateta(i);

Deltax(i)=h2/6\*(dx1(i)+2\*dx2(i)+2\*dx3(i)+dx4(i));

x(i+1)=x(i)+Deltax(i);

Deltay(i)=h2/6\*(dy1(i)+2\*dy2(i)+2\*dy3(i)+dy4(i));

y(i+1)=y(i)+Deltay(i);

t(i+1)=t(i)+h2;

end

figure(2)

h2=0:10:x(end);

gr2=pchip(x,y,h2);

plot(x,y,h2,gr2)

xlim([0,11500]);

xticks(0:1000:11500);

grid on

xlabel('Дальность полёта,м');

ylabel('Высота полёта, м');

%

figure(3)

tetagrad=rad2deg(teta)

h3=0:0.1:t(end);

gr3=spline(t,tetagrad,h3);

plot(t,tetagrad,h3,gr3)

grid on

xlabel('Время полёта,с');

ylabel('Угол полёта,град');

%

figure(4)

gr4=spline(t,V,h3);

plot(t,V,h3,gr4)

grid on

xlabel('Время полёта,с');

ylabel('Скорость полёта,м/с');